

文章编号: 1000-8055(2022)07-1456-13

doi: 10.13224/j.cnki.jasp.20210275

基于叶端定时的转子叶片动应变重构 不确定性量化

陈 雷^{1,2}, 乔百杰^{1,2}, 敖春燕^{1,2}, 符顺国³, 刘美茹^{1,2,3}, 陈雪峰^{1,2}

(1. 西安交通大学 机械工程学院, 西安 710049;

2. 西安交通大学 机械制造系统工程国家重点实验室, 西安 710061;

3. 中国航空发动机集团有限公司 四川燃气涡轮研究院, 成都 610500)

摘 要: 基于叶片非接触式动应变重构理论, 开展动应变重构不确定性量化方法研究。基于方差合成定理建立重构叶片动应变不确定性量化分析模型; 以模拟转子叶片为研究对象, 开展旋转叶片叶端定时试验, 利用周向傅里叶算法获取不同叶端定时传感器布局下的测点振幅, 通过最大熵方法拟合振幅分布概率密度函数, 确定叶端定时测振的不确定性参数; 结合 Kriging 代理模型和试验共振频率数据对叶片有限元模型进行修正, 获取关键测点位移-应变转换因子, 并获取考虑共振转速以及测点位置不确定性的转换因子不确定性参数; 获取重构动应变的均值、标准不确定度和包含区间, 与应变片测量数据作对比。结果表明, 除 5 号叶片 A 测点外, 测量动应变均位于重构动应变的 95% 置信度下的包含区间内, 且所有叶片的应变片测点动应变重构误差不超过 15%。

关 键 词: 叶端定时; 动应变重构; 不确定性量化; 最大熵方法; Kriging 代理模型

中图分类号: V231.92

文献标志码: A

Uncertainty quantification of rotor blade dynamic strain reconstruction based on blade tip timing

CHEN Lei^{1,2}, QIAO Baijie^{1,2}, AO Chunyan^{1,2}, FU Shunguo³,
LIU Meiru^{1,2,3}, CHEN Xuefeng^{1,2}

(1. School of Mechanical and Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China;

2. The State Key Laboratory for Manufacturing Systems Engineering,
Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710061, China;

3. Sichuan Gas Turbine Establishment,
Aero Engine Corporation of China, Chengdu 610500, China)

Abstract: Based on the theory of blade non-contact dynamic strain reconstruction, research on the uncertainty quantification method of dynamic strain reconstruction was carried out. According to the variance composition theorem, a model of the blade reconstructed dynamic strain uncertainty for quantitative analysis was established. A simulated rotor blade was used as the research

收稿日期: 2021-06-02

基金项目: 国家自然科学基金(51705397); 国家科技重大专项(2017-V-0009)

作者简介: 陈雷(1995—), 男, 硕士生, 主要从事航空发动机旋转叶片动应力重构及重构不确定性研究。

通信作者: 乔百杰(1985—), 男, 副教授、硕士生导师, 博士, 主要从事航空发动机叶片动应力重构技术研究。

E-mail: qiao1224@xjtu.edu.cn

引用格式: 陈雷, 乔百杰, 敖春燕, 等. 基于叶端定时的转子叶片动应变重构不确定性量化[J]. 航空动力学报, 2022, 37(7): 1456-1468. CHEN Lei, QIAO Baijie, AO Chunyan, et al. Uncertainty quantification of rotor blade dynamic strain reconstruction based on blade tip timing[J]. Journal of Aerospace Power, 2022, 37(7): 1456-1468.

object, and the rotation experiment was carried out. The circumferential Fourier Fitting was used to obtain the amplitude of measuring point under different blade tip timing sensor layouts, and the maximum entropy method was adopted to fit the probability density function of the amplitude distribution, which could be used to determine the uncertainty parameters of the blade-tip-timing vibration measurement. The finite element model of the blade was modified by combining the Kriging proxy model and the resonant frequency of the test. The displacement-strain conversion factors of the key measuring points were obtained, and the uncertainty parameters of the conversion factor considering the uncertainty of the resonance speed and measuring point position were obtained. The mean value, standard uncertainty and inclusion interval of the reconstructed dynamic strain were obtained and compared with the measured data of the strain gauge. Results showed that except for the measuring point A of No. 5 blade, the measured dynamic strains were all within the 95% confidence interval of the reconstructed dynamic strain, and the dynamic strain reconstruction error of the strain gauges of all blades didn't exceed 15%.

Key words: blade tip timing; dynamic strain reconstruction; uncertainty quantification; maximum entropy method; Kriging proxy model

航空发动机是飞机的核心,而叶片作为核心部件之一,长期工作在高转速、高温等恶劣的工作环境下,极易发生高周疲劳失效,进而威胁整机的安全运行^[1-2]。对叶片进行振动测量以及动应变响应水平监测具有重要意义。传统上,通过在叶片表面关键位置粘贴应变片,并配合滑环引电器或遥测系统来获取有限的应变信息,但这种测量方式难以长期稳定地监测高速旋转叶片的动应变^[3-4],因此非接触式测量技术得到了广泛的关注。

叶片动应力非接触式测量被称为叶端定时(blade tip timing, BTT),通过在机匣周向安装的多个BTT传感器以及轴上的转速同步传感器来获取叶片的位移信号,结合特定的数据处理方法可以重构叶片测点的振动参数(振幅、频率、相位)^[5-9]。通过BTT测量系统,可以在线监测叶片位移响应,为了获取关键位置的动应力水平,还需要借助叶片有限元模型建立起叶端测点位移到叶片其他关键位置应力水平的映射关系。西安交通大学敖春燕等^[10]通过对叶片有限元模型进行模态分析,结合节点的模态振型数据,计算叶片测点位移到全场动应变的转换因子,实现叶片非接触式动应变测量。然而,在BTT测量过程以及动应变重构计算过程中存在着大量的不确定因素,这限制了动应变的重构精度,使得目前BTT测量系统仍然无法完全取代传统的应变片测量。因此,对动应变重构进行不确定性分析和不确定度量化计算具有重要的理论意义和工程价值。

叶片振动信号的精确测量和振动参数辨识/

提取是动应变高精度重构的前提。而试验测量过程中的随机噪声以及振动引起的测点偏移等都会影响BTT传感器的测量精度。目前,已经有大量关注于BTT测量不确定性的研究。Satish等^[11]将理论和试验结合,对叶端定时测量误差的误差源(包括测试系统和机械系统)进行了分析,指出误差的主要来源于模-数转换过程;Pickering等^[12]指出传感器的圆周安装偏差、叶片的静态误差等会对测量结果产生影响,但没有给出相应的补偿措施;美国圣迭戈州立大学Kamaraj^[13]在考虑叶片振幅和相位两个不确定性因素的基础上,通过数值仿真和随机抽样,分析了叶片在多模态振动下最大应力值的不确定性,并在展望中指出有限元模型的不确定度也需要被考虑;国防科技大学杨拥民团队^[14]对含噪声叶端定时测量振动位移信号的频谱不确定性进行了定量分析;西安交通大学许敬晖等^[15]将压缩感知应用于叶端定时信号参数辨识,精确获取了振动频率以及位移-应变转换因子等信息。上述研究聚集于叶端定时测量本身以及对叶端振动位移重构精度的影响,而对位移-应力转换因子的不确定性缺乏讨论。

位移-应力转换因子的获取需基于叶片的模态振型,叶片模态振型可通过有限元模型获得,因此精确的有限元模型是保证动应变重构精度的关键。然而,由于工程问题中普遍存在的不确定性因素,包括结构材料参数与几何尺寸的不确定性等^[16-17],开展基于试验数据的叶片有限元模型修正是非常有必要的。基于代理模型的有限元模型修

正方法是近年来的研究热点,Deng等^[18]提出结合响应面法和遗传算法的有限元模型修正方法,并将其成功应用于简支梁桥试验模型修正;Hamed等^[19]采用Kriging模型作为有限元模型的替代模型,在替代模型的基础上构建迭代公式,求解结果验证了模型修正方法的有效性。在准确有限元模型的基础上,精确的位移-应力转换因子还依赖于准确的测点位置,测点位置0.3 mm的偏移可以引起所测响应40%的误差^[4];Mohamed等^[20]通过叶片振动几何建模,提出了静态载荷作用下叶端定时测量位移的修正方法。因此,考虑位移-应力转换因子的不确定性,对于叶片动应变重构不确定性量化分析具有重要意义。

综上,目前关于转子叶片的动应变重构的不确定性分析缺乏对位移-应力转换因子这一关键因素的考虑,未建立起综合的不确定性量化分析模型。本文利用方差合成定理建立叶片动应变重构不确定度量模型,综合分析叶端定时测振与位移-应变转换因子的不确定性对动应变重构结果的影响;基于周向傅里叶变换(circumferential Fourier transform, CFF)拟合不同传感器布局测量下的叶片振幅,利用最大熵方法拟合振幅分布情况,获取叶片振幅的不确定性参数;基于Kriging代理模型以及试验共振频率,修正叶片有限元模型,并获取考虑共振转速以及测点位置不确定性的转换因子不确定性参数;利用所建不确定度量模型对试验数据进行分析,获取叶片重构动应变分布区间,与应变片实测结果对比分析,整体研究思路如图1所示。

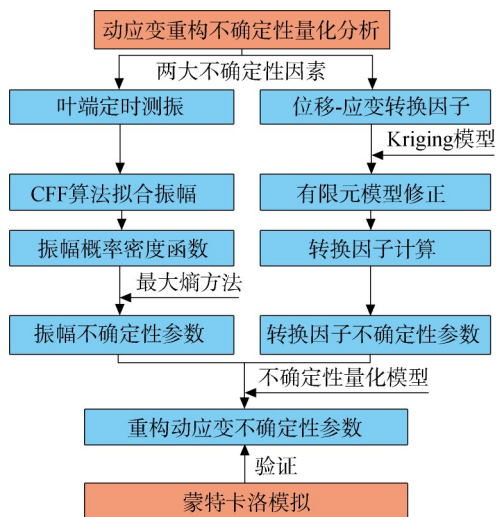


图1 叶片动应变重构不确定性分析流程

Fig.1 Uncertainty analysis process of blade dynamic strain reconstruction

1 叶端定时测量技术

1.1 叶端定时测量原理

叶端定时测量系统的基本原理如图2所示。在机匣上沿圆周方向安装数支叶端定时传感器,在转轴边缘合适位置安装转速同步传感器。当转轴旋转时,叶端定时传感器采集叶片通过时的脉冲信号,并与转速同步传感器获取的理想到达时刻做比较,获取信号时间差序列 $\{\Delta t\}$ 。结合叶片转速及转动半径等先验信息,时间差序列被转化为叶端测点振动位移序列 $\{d_j\}$, j 表示叶端定时传感器序号,实现叶片的非接触式测振。进一步,利用数据处理方法,可以获得叶片的振动幅值 u_{amp} 、频率 f 、相位 φ 等振动参数。叶端的振动幅值并不能直接反映叶片的动应力水平,需要结合有限元模型,建立叶端测点位移到叶身关键点动应力的映射关系,实现非接触式动应力测量。相对于传统的应变片测量方式,基于叶端定时的动应变测量系统无需借助遥测或滑环引电器系统,可实现实时、在线监测动应变。

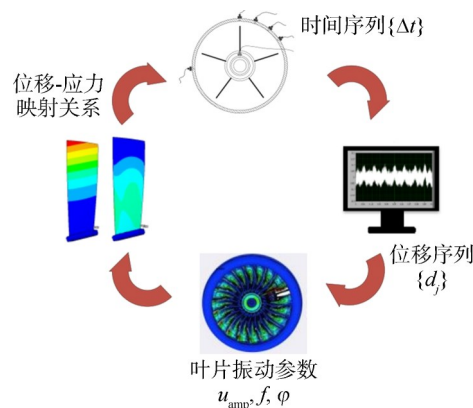


图2 叶片非接触式测量系统

Fig.2 Blade non-contact measurement system

1.2 振动参数辨识方法

叶端定时信号的采样频率与叶片转速与传感器数目相关,考虑到沿发动机机匣周向安装的叶端定时传感器数量有限,而叶片振动频率普遍较高,难以满足香农采样定理的要求,因此,利用叶端定时传感器采集到的叶片振动信号往往是欠采样的,需要通过特定的数据处理方法辨识叶片振动参数。商用的叶端定时测振系统数据处理软件广泛采用CFF算法实现振动参数辨识。假设叶片振动为单自由度简谐振动,当叶片发生共振时,每个传感器采集到的叶尖位移可表示为

$$y_j = u_A \sin(E_o \times \theta_j) + u_B \cos(E_o \times \theta_j) + C \quad (1)$$

其中 y_j 为 j 号传感器采集的振动位移, E_o 为振动激励阶次(excitation order, EO), 可以通过有限元模型的模态分析获取, θ_j 为 j 号传感器相对于转速同步传感器的周向安装角度, u_A 、 u_B 、 u_C 为待求解的叶片振幅相关参数。对于 N 个叶端定时传感器, 可以将所测叶端振动位移表示为矩阵形式

$$y = Hx \quad (2)$$

其中 H 为传感器设计矩阵, 由传感器安装角和激励阶次共同决定

$$H = \begin{bmatrix} \sin(E_o \times \theta_1) & \cos(E_o \times \theta_1) & 1 \\ \sin(E_o \times \theta_2) & \cos(E_o \times \theta_2) & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \sin(E_o \times \theta_N) & \cos(E_o \times \theta_N) & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$x = [u_A \quad u_B \quad u_C]^T$ 为待求解的叶片单模态振动参数, $y = [y_1 \quad y_2 \quad \cdots \quad y_N]^T$ 为 N 个叶端定时传感器在同一转内采集的振动位移序列。由此, 叶片的振动参数可由 CFF 法解得

$$x = H^+ y \quad (4)$$

其中 H^+ 表示设计矩阵的广义逆。叶片的振幅可由式(5)计算得到

$$u_{\text{amp}} = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} \quad (5)$$

2 动应变重构不确定性量化理论

2.1 不确定性量化模型

当叶片发生 s 阶单模态共振时, 叶端位移与叶根关键测点应变存在一一映射关系^[10], 可以表示为

$$\frac{\epsilon_i^s}{y_j^s} = \frac{\phi_{si}}{\phi_{sj}} \quad (6)$$

其中 ϵ_i^s 表示叶身任一点 i 的应变响应, y_j^s 表示叶端测点 j 的位移响应, ϕ_{si} 表示测点 i 的 s 阶应变模态振型, ϕ_{sj} 表示测点 j 的 s 阶位移模态振型。根据式(6), 单模态共振下, 叶片叶端测点位移到叶身测点动应变的转换关系可以由测点的模态振型建立, 且此转换关系与激励的种类和大小均无关。在获取叶端测点的位移响应 x_{btt} 后, 叶身任意一点 i 的动应变响应 ϵ_i 可由式(7)求得

$$\epsilon_i = \mu_{\text{ds}} x_{\text{btt}} \quad (7)$$

其中 $\mu_{\text{ds}} = \frac{\phi_i}{\phi_{\text{btt}}}$ 表示位移-应变转换因子, ϕ_i 表示应变重构点的应变模态振型, ϕ_{btt} 表示叶端测点的位

移模态振型。

对于线性测量模型 $y = f(x_1, x_2, \cdots, x_n)$, 根据方差合成定理, 输出量 y 的标准不确定度可由式(8)求得^[2]

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial f}{\partial x_i} \right]^2 u^2(x_i) \quad (8)$$

其中 $u_c(y)$ 表示输出量 y 的标准不确定度, $u(x_i)$ 表示输入量 x_i 的标准不确定度。通过仿真或试验确定位移-应变转换因子以及叶端定时测量位移的不确定度后, 根据式(7)和式(8), 重构动应变的标准不确定度 $u_c(\epsilon_j)$ 可以由式(9)计算得到

$$\left[\frac{u_c(\epsilon_j)}{\epsilon_j} \right]^2 = \left[\frac{u_c(\mu_{\text{ds}})}{\mu_{\text{ds}}} \right]^2 + \left[\frac{u_c(x_{\text{btt}})}{x_{\text{btt}}} \right]^2 \quad (9)$$

其中 $u_c(\mu_{\text{ds}})$ 表示位移-应变转换因子的标准不确定度, $u_c(x_{\text{btt}})$ 表示叶端测点测量位移响应的标准不确定度。

2.2 基于 Kriging 模型的有限元模型修正

叶片叶端测点位移到叶身测点动应变的转换因子的建立依赖于准确的叶片有限元模型, 而由于加工精度的影响, 试验叶片与理想模型总是存在一定的尺寸误差, 这限制了转换因子的准确性, 进而影响动应变重构精度。本文利用 Kriging 代理模型理论, 以叶片试验固有频率为指标进行有限元模型修正。Kriging 代理模型是一种基于随机过程的响应面模型, 由一个随机过程和一个线性回归模型组成, 其模型可以表示为^[16]

$$y(x_i) = \sum_{j=1}^p \beta_j f_j(x_i) + z(x_i) \quad (10)$$

式中 $\beta = [\beta_1 \quad \beta_2 \quad \cdots \quad \beta_n]^T$ 是回归模型系数向量, $f(x_i) = [f_1(x_i) \quad f_2(x_i) \quad \cdots \quad f_n(x_i)]^T$ 是变量 x 的多项式函数, $z(x_i)$ 是协方差非零的随机分布, 服从正态分布 $N(0, \sigma^2)$ 。通过正交试验设计或拉丁超立方抽样产生样本数据库, 在有限元模型修正参数和目标性能之间构建 Kriging 模型, 并利用随机测试样本验证所建模型的准确性。最后, 建立优化目标函数, 利用优化算法求解优化参数值。

2.3 最大熵原理

随机变量的概率分布在样本较少时往往难以确定, 通常只能获取测量结果的均值、方差等特征值, 人为假设其分布情况, 这样的处理方式由于带有人的主观性, 对随机变量的概率分布估计不够准确。与随机变量测得值相符合的分布可能有很

多种,但只有一种分布的信息熵是最大的,因此可以利用最大熵原理确定随机变量的唯一概率密度函数。

假设随机变量 x , 其唯一的概率密度函数 $f(x)$ 可以由最大熵函数 $H(x)$ 获得

$$H(x) = - \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \ln f(x) dx \rightarrow \max \quad (11)$$

$f(x)$ 的约束条件为

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1 \quad (12)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x^i f(x) dx = m_i \quad (13)$$

式中 m_i 为第 i 阶原点矩, 其值可以由样本获取。通过调整 $f(x)$, 使熵函数获得最大值。设 $\bar{H}$ 为拉格朗日函数, $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$ 为拉格朗日乘子, 则

$$\begin{aligned} \bar{H} = H(x) + (\lambda_0 + 1) \left[\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx - 1 \right] + \\ \sum_{i=1}^m \lambda_i \left[\int_{-\infty}^{+\infty} x^i f(x) dx - m_i \right] \end{aligned} \quad (14)$$

令 $d\bar{H}/df(x)$ 等于零, 解得

$$f(x) = \exp \left(\lambda_0 + \sum_{i=1}^m \lambda_i x^i \right) \quad (15)$$

式(15)即为最大熵原理确定的唯一概率密度函数解析式。式中的 λ_i 可以通过选取 3~6 阶样本矩, 并结合遗传算法等优化方法获取。

3 叶片旋转试验

3.1 模拟转子试验介绍

为了验证所提动应变重构不确定度量化理论模型的合理性, 在高速旋转模拟转子试验台上展开叶片旋转态试验。利用 Hood 叶端定时非接触式测振系统采集叶端位移信号, 在机匣上布置了 8 支叶端定时传感器和一支转速同步传感器。叶盘上共 5 个叶片, 在每个叶片的根部布置了两组应变片, 以采集真实动应变数据作为重构结果的对照。叶片旋转试验台如图 3 所示, 应变片粘贴的位置如图 4 所示, 每个叶片对应的两组应变片粘贴位置如表 1 所示。

3.2 叶片有限元模型

本文试验对象为整体叶盘结构的模拟转子叶片。由于叶盘结构对称, 故取 1/5 模拟转子循环对称分析, 叶片三维模型如图 5(a) 所示。在 ANSYS 有限元分析软件中建立有限元模型, 有限元单元为 Solid 186 单元, 单元尺寸为 1.5 mm, 可保证计算结果的收敛性, 如图 5(b) 所示。固定叶片

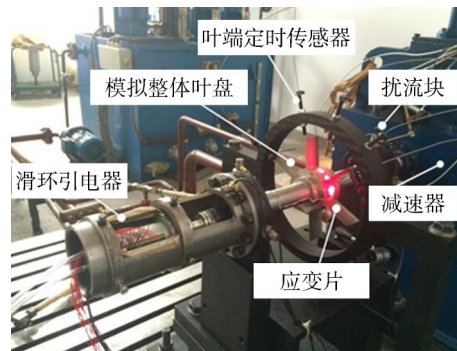


图 3 叶片高速旋转试验台

Fig.3 High-speed rotation test rig of blades

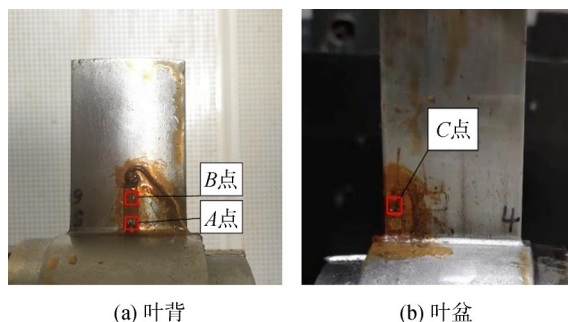


图 4 应变片粘贴位置

Fig.4 Sticking positions of strain gauges

表 1 应变片在叶片上的位置

Table 1 Positions of the strain gauges on blades

叶片编号	应变片位置
1	A 点、B 点
2	A 点、C 点
3	A 点、B 点
4	A 点、C 点
5	A 点、B 点

叶盘内圆柱面, 对叶片展开模态分析。转子叶片材料参数如表 2 所示, 获取的叶片前 3 阶静态频率如表 3 所示, 1 阶位移、应变模态振型如图 6 所示, 1 阶模态振动形式为一弯。

当叶片处于旋转态时, 由离心力引起的应力刚化效应会改变叶片的固有频率。为考察离心力对固有频率的影响, 在 0~20 000 r/min 工作转速下, 对叶片进行模态分析, 获取叶片的 1 阶振动 Campbell 图 (图 7)。从图中可以得出, 叶片在 6 000、7 000、9 000、13 000 r/min 附近可能发生 1 阶共振, 对应的激励阶次分别为 $6E_0$ 、 $5E_0$ 、 $4E_0$ 、 $3E_0$ 。通过 Campbell 图可以获知旋转态下叶片的共振转速, 并为 CFF 法处理叶端定时采样数据提

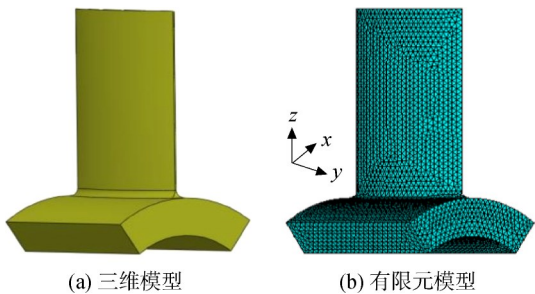


图 5 叶片模型
Fig.5 Model of the blade

表 2 叶片材料参数

Table 2 Material properties of the blade	
参数	数值及详情
材料	GH4169
密度/(g/cm ³)	8.24
弹性模量/GPa	195
泊松比	0.3

表 3 叶片静态固有频率

Table 3 Static natural frequency of the blade	
阶次	固有频率/Hz
1 阶	600.9
2 阶	1 794.8
3 阶	3 585.4

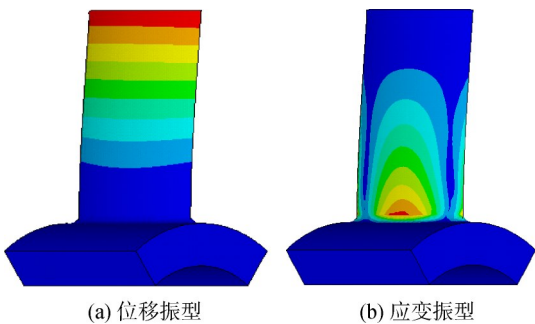


图 6 叶片 1 阶模态振型
Fig.6 The first mode vibration shape of the blade

供了先验信息。

3.3 叶端定时测振不确定性

通过安装在机匣周向的 8 支叶端定时传感器,采集叶片叶端测点振动信号,传感器布局角度分布如图 8 所示,图中角度值表示相对于基准位置的周向偏转角度。根据模态分析结果可知,叶片可能在 9 000 r/min 和 13 000 r/min 附近发生激励阶次分别为 4E₀ 和 3E₀ 的 1 阶共振,分别以

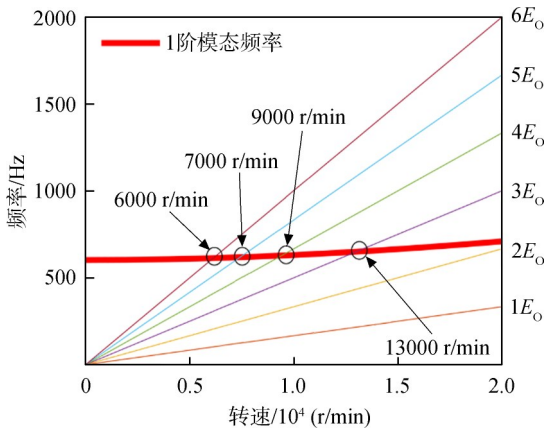


图 7 叶片 Campbell 图
Fig.7 Campbell diagram of the blade

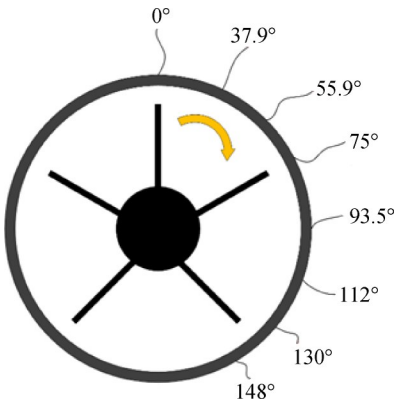


图 8 叶端定时传感器角度布局
Fig.8 Angle placement of blade tip timing sensors

M1EO4 和 M1EO3 表示。根据这一先验信息,本文基于 CFF 法进行 1 阶振幅辨识提取。CFF 法要求传感器数目 n_{btt} 满足 $n_{\text{btt}} \geq 2m + 1^{[10]}$,其中 m 表示考虑的模态数目,对于单模态振动,传感器数目应不小于 3。

为了考察传感器布局对于重构幅值的影响,进而获取叶端定时测量叶片振幅的试验不确定度,对 8 支传感器进行排列组合,每组包含 5 支传感器,分别计算每组传感器布局下的拟合幅值,共 56 组振幅数据。以 4 号叶片为例,获取其在 M1EO4 以及 M1EO3 工况下的共振振幅分布情况如图 9 所示。

由图 9 可以发现,叶片同一振动激励阶次下不同传感器布局下拟合的 1 阶振幅具有不确定性,这是因为叶端定时传感器测量过程中受到环境噪声干扰以及系统本身测量精度的影响,导致测量位移与真值存在误差。为了获取叶片测量振幅的均值和不确定度,需要确定振幅分布的概率密度函数,图 9 所示分布难以利用已知的统计分

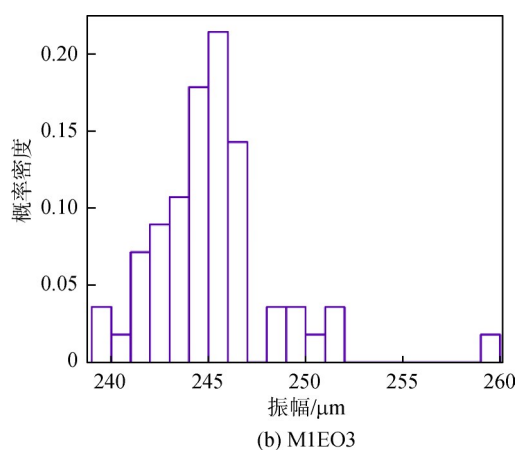
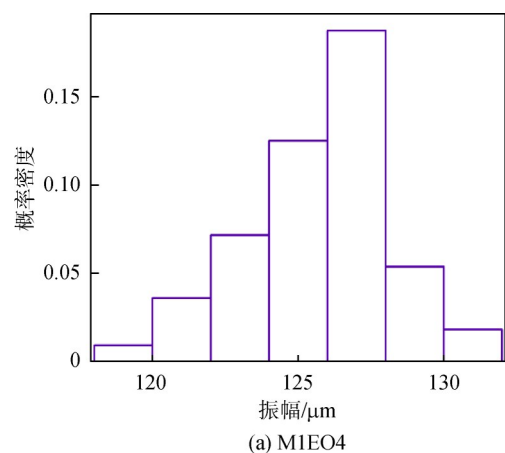


图9 4号叶片拟合振幅分布

Fig.9 Fitting vibration amplitude distribution of NO.4 blade

布类型进行估计,本文利用最大熵原理拟合概率分布函数。选取前4阶样本矩,计算获得4号叶片在M1EO4下振幅分布的概率密度函数,拟合结果如图10所示。

基于所述方法,对1~5号叶片在M1EO4和

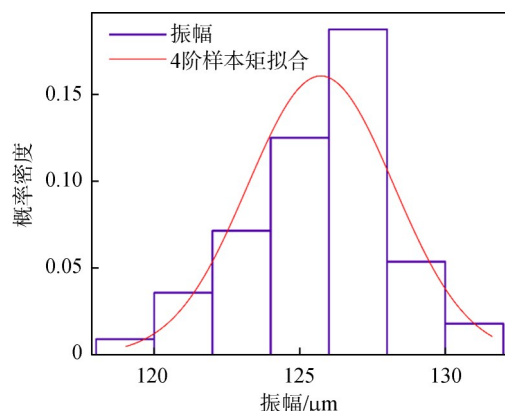


图10 4号叶片M1EO4下振幅分布拟合结果

Fig.10 Fitting result of vibration amplitude distribution of NO.4 blade at M1EO4

M1EO3下的1阶振幅进行了拟合估计,获取的叶端测点振幅的均值和标准差(标准不确定度)如表4所示。

表4 叶片振幅不确定性参数

Table 4 Uncertainty parameters of blade vibration amplitude

叶片 编号	M1EO4		M1EO3	
	均值/ μm	标准差	均值/ μm	标准差
1	182.91	1.63	302.89	2.83
2	142.80	1.17	456.11	3.76
3	96.89	2.63	299.79	2.34
4	125.59	2.40	245.16	2.97
5	217.08	1.74	498.13	1.95

3.4 位移-应变转换因子不确定性

3.4.1 有限元模型修正

根据式(7),基于测点的模态振型,可建立叶端测点位移到全场任意其他测点的动应变的转换关系,因此精确的转换因子依赖于精确的叶片有限元模型。然而,在试验过程中,受限于叶片加工误差和边界条件无法完全模拟等问题,有限元模型无法完全匹配试验叶片,这导致位移-应变转换因子也存在一定误差。对于图4、图5所示的转子叶片,其在M1EO4和M1EO3下的试验和仿真的共振转速、共振频率如表5所示。

不难发现,3号、4号叶片的共振转速和共振频率相对于仿真的结果出现了较大的误差,为了减少由于有限元模型偏差引起的位移-应变转换因子的误差,首先利用Kriging模型基于试验共振频率对3号、4号叶片进行修正。考虑到影响叶片试验共振频率的主要因素是叶片加工误差,选取叶片的长度为修正参数,目标函数 $F_{fit}(x)$ 为叶片在M1EO4和M1EO3下1阶模态频率的仿真频率 f_i 与试验频率 $\hat{f}_i$ 的误差 E_r 之和,通过遗传算法寻找目标函数最小的叶片长度值,可由式(16)表示,其中 $n=2$ 表示M1EO3和M1EO4下两处共振点,并以6 000 r/min左右 $6E_0$ 处(M1EO6)的叶片试验固有频率验证有限元模型修正结果的合理性。

$$\min F_{fit}(x) = \min \sum_{i=1}^n [E_r(f_i, \hat{f}_i)] \quad (16)$$

叶片的设计长度为48 mm,在其 $(100 \pm 5)\%$ 内进行拉丁超立方抽样,共获取120组样本。基

表 5 转子叶片共振转速及频率
Table 5 Rotor blade resonant rotational speed and frequency

工况	参数	叶片编号(试验)					仿真
		1	2	3	4	5	
M1EO4	转速/(r/min)	9 404	9 403	9 604	9 252	9 403	9 403
	频率/Hz	627	627	640	617	627	626
M1EO3	转速/(r/min)	13 001	12 916	13 257	12 734	13 001	13 001
	频率/Hz	650	646	663	637	650	648

于 ANSYS 参数化建模计算每组样本下叶片模型的共振频率,用于建立 Kriging 代理模型。利用随机产生的 30 组样本计算方均根误差(RMSE),如表 6 所示,可见方均根误差均在 0.5 左右,验证了所建代理模型的正确性。最后,基于遗传算法寻优,获得使式(16)所示残差最小的叶片长度参数,优化结果如表 7 所示,M1EO6 下的试验和仿真共振频率如表 8 所示,相对误差均低于 0.5%,验证了有限元模型修正结果的合理性。通过对有限元模型的修正,可以使有限元模型更好地匹配试验结果,获得较准确的模态分析结果,以作为精确位移-应变转换因子的基础。

表 6 固有频率方均根误差
Table 6 RMSE of natural frequency

叶片编号	方均根误差	
	M1EO4	M1EO3
3	0.54	0.55
4	0.44	0.45

表 7 固有频率修正结果
Table 7 Correction result of natural frequency

叶片编号	叶长/mm	固有频率/Hz		相对误差/%	
		M1EO4	M1EO3	M1EO4	M1EO3
3	47.46	640.51	663.26	0.08	0.04
4	48.37	616.54	637.86	0.07	0.14

表 8 M1EO6 处叶片固有频率对比
Table 8 Comparison of natural frequency under M1EO6

叶片编号	转速/(r/min)	固有频率/Hz		相对误差/%
		试验	仿真	
3	6 254	625	625.48	0.08
4	6 003	600	602.94	0.49

3.4.2 转换因子不确定性参数

根据图 4 所示应变片粘贴位置,完成叶端定时和应变片测点的有限元模型节点匹配。对于叶端的 BTT 测点,为了降低测点偏移引起的误差,提取叶端弦长方向测点相邻节点的位移模态,如图 11(a)所示。对于应变片测点,同样选取应变片大小范围内的所有节点,以考虑测点偏移引起测量不确定性,如图 11(b)~图 11(c)所示,图中 MX 表示最大位移或应变模态振型位置点,MN 表示最小位移或应变模态振型位置点。

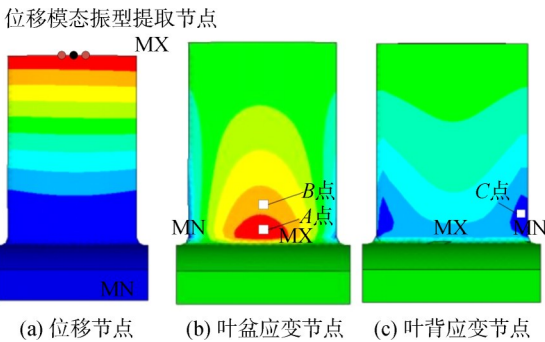


图 11 模态振型提取
Fig.11 Mode shape extraction

影响位移-应变转换因子的不确定性因素较多,包括有限元模型的偏差,测点位置的偏移以及共振转速的误差等。由表 5 可知,叶片的共振转速存在一定不确定性,试验数据表明,叶片的工作转速服从正态分布^[21],根据表 5 数据设定叶片的共振转速服从均值为 9 400 r/min,标准差为 100 的正态分布,基于拉丁超立方抽样获取 100 组随机样本,抽样结果如图 12 所示。

计算每一组转速下 A、B、C 三个测点的转换因子,获得不同叶片的转换因子的随机分布情况。在仅考虑转速不确定性时,转换因子近似服从正态分布,进一步考虑测点位置不确定性,通过最大熵原理确定不同叶片在 M1EO4 和 M1EO3 下各

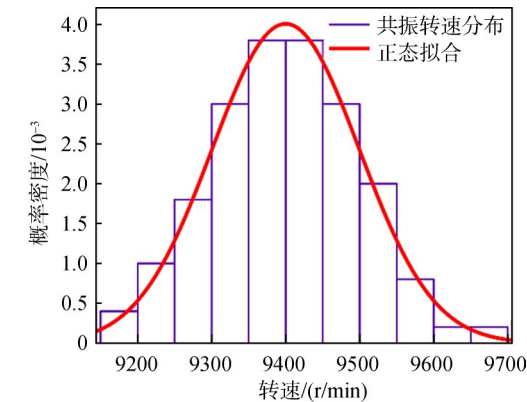


图 12 转速分布抽样

Fig.12 Rotation speed distribution sampling

测点转换因子不确定性参数如表 9、表 10 所示。

表 9 M1EO4 下位移-应变转换因子不确定性参数

Table 9 Uncertainty parameters of displacement-strain conversion factor under M1EO4

叶片 编号	均值/ m^{-1}			标准差		
	A 点	B 点	C 点	A 点	B 点	C 点
1,2,5	1.686	1.387	1.344	0.096 0	0.108 3	0.107 8
3	1.720	1.345	1.502	0.100 7	0.081 8	0.088 1
4	1.663	1.312	1.448	0.089 8	0.078 0	0.099 0

表 10 M1EO3 下位移-应变转换因子不确定性参数

Table 10 Uncertainty parameters of displacement-strain conversion factor under M1EO3

叶片 编号	均值/ m^{-1}			标准差		
	A 点	B 点	C 点	A 点	B 点	C 点
1,2,5	1.704	1.391	1.344	0.100 7	0.112 4	0.109 0
3	1.738	1.346	1.504	0.105 4	0.084 8	0.088 2
4	1.681	1.313	1.450	0.094 4	0.081 1	0.100 1

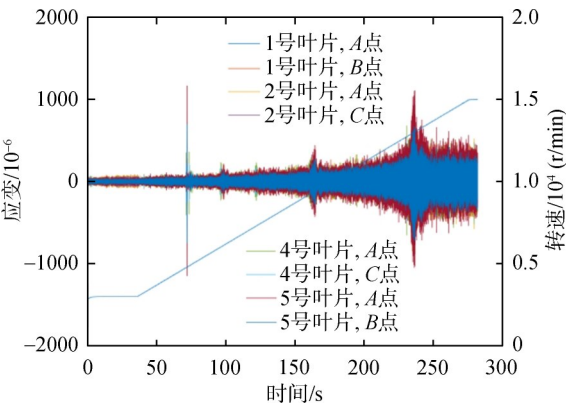


图 13 升速试验应变及转速信号

Fig.13 Strain and rotation speed signals in rotor run-up test

3.5 应变片测量结果

通过应变片测量叶片 A、B、C 三个测点动应变数据,获取叶片的升速试验应变和转速信号如图 13 所示,其中 3 号叶片由于试验过程发生损坏,造成测量数据失真,故不分析其测量动应变。可以观察到叶片在 9 000 r/min 和 13 000 r/min 附近产生尖锐峰值,对应于有限元分析得出的 M1EO4 和 M1EO3 下的两处共振。在两个转速附近,选取与叶端定时位移信号相同时间宽度的分析区间,利用短时傅里叶变换获取应变振幅和共振频率,如图 14 所示,振幅及频率辨识结果如表 11、表 12 所示,其中,应变的单位为 10^{-6} 。应变片和叶端定时测量的各叶片共振频率吻合良好,验证了叶端定时的频率辨识能力。

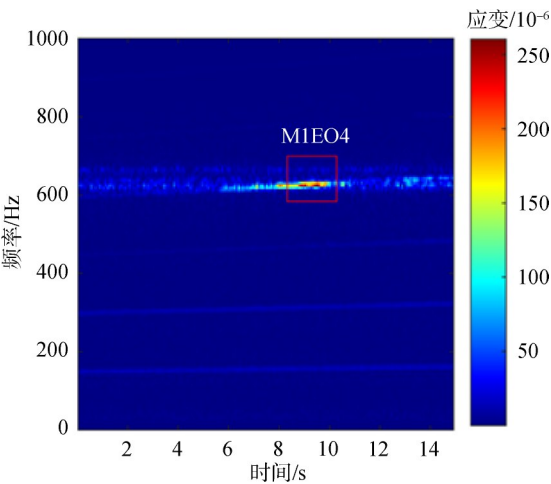


图 14 M1EO4 下 4 号叶片 A 点动应变时频图

Fig.14 Time-frequency diagram of dynamic strain of point A on NO.4 blade under M1EO4

表 11 M1EO4 下应变幅值及共振频率

Table 11 Strain amplitude and vibration frequency under M1EO4

叶片编号	位置点	频率/Hz	应变/ 10^{-6}
1	A	625	308.60
	B	625	263.50
2	A	625	263.29
	C	625	213.84
4	A	616	220.43
	C	616	166.67
5	A	625	418.70
	B	625	260.31

表 12 M1EO3 下应变幅值及共振频率

Table 12 Strain amplitude and vibration frequency under M1EO3

叶片编号	位置点	频率/Hz	应变/ 10^{-6}
1	A	650	518.91
	B	650	438.18
2	A	647	758.46
	C	647	609.14
4	A	638	410.08
	C	638	327.93
5	A	650	1034.56
	B	650	652.26

4 动应变重构不确定性量化

通过式(9)所建立的不确定性分析模型,重构动应变的标准不确定度可由叶端定时测量振幅以及位移-应变转换因子的不确定度合成得到。叶端定时测振的不确定性参数如表 4 所示,转换因子的不确定性参数由表 9 确定。叶片 A、B、C 测点在 M1EO4 和 M1EO3 下的重构动应变不确定性量化结果如表 13、表 14 所示,重构动应变的均值相对于测量动应变的相对误差如表 15 所示,除 5 号叶片在 M1EO3 下的 A 点误差以外,其余各测点误差均控制在 15% 以内,验证了基于叶端定时动应变重构方法的有效性。M1EO3 下重构误差整体明显小于 M1EO4 下,这是因为 M1EO3 下信号幅值更大,信噪比大,噪声干扰更小。受测试系统本身精度以及环境影响,测量动应变信号与真实动应变亦存在一定误差,因此部分测点的相对

表 13 M1EO4 下处重构动应变不确定性参数

Table 13 Uncertainty parameter of reconstructed dynamic strain under M1EO4

叶片编号	位置点	应变均值/ 10^{-6}	应变标准差
1	A	308.39	17.77
	B	253.89	19.94
2	A	240.76	13.85
	C	192.06	15.47
3	A	166.74	10.75
	B	130.31	8.68
4	A	208.73	11.96
	C	181.85	12.91
5	A	366.00	21.05
	B	301.31	23.63

表 14 M1EO3 下重构动应变不确定性参数

Table 14 Uncertainty parameter of reconstructed dynamic strain under M1EO3

叶片编号	位置点	应变均值/ 10^{-6}	应变标准差
1	A	516.12	30.88
	B	421.32	34.27
2	A	777.21	46.38
	C	613.01	49.97
3	A	521.04	31.86
	B	403.52	25.62
4	A	412.11	23.68
	C	355.48	24.92
5	A	848.81	50.27
	B	692.90	56.06

表 15 叶片动应变重构误差

Table 15 Dynamic strain reconstruction error of blades

叶片编号	位置点	相对误差/%	
		M1EO4	M1EO3
1	A	0.07	0.54
	B	3.65	3.85
2	A	8.56	2.47
	C	10.19	0.64
4	A	5.31	0.50
	C	9.11	8.40
5	A	12.59	17.95
	B	15.75	6.23

误差可能较大。

获取重构动应变的不确定性参数后,在重构动应变的数学统计分布未知的情况下,取包含因子 k 为 2,此时置信度为 95%,可以确定各测点重构动应变的扩展不确定度和包含区间,结果如图 15、图 16 所示,图中 1A 表示 1 号叶片的 A 测点动

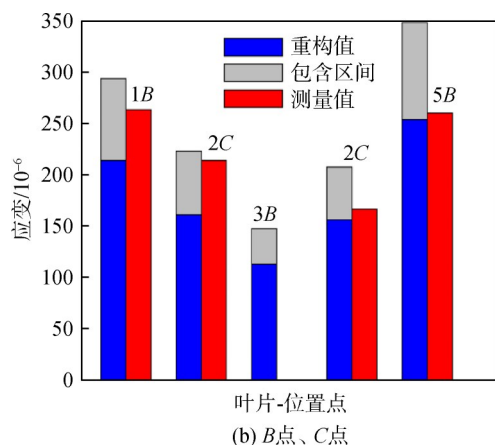
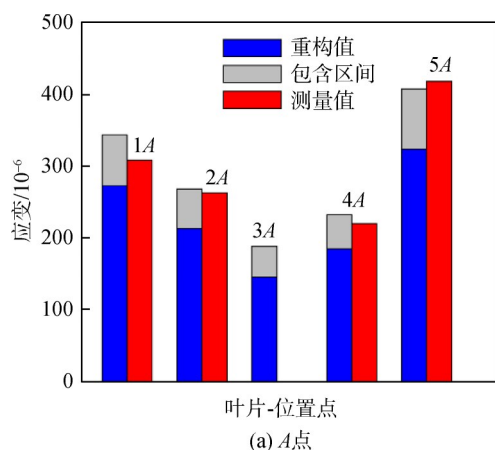


图 15 M1EO4 下动应变不确定性量化结果

Fig.15 Uncertainty quantification result of dynamic strain under M1EO4

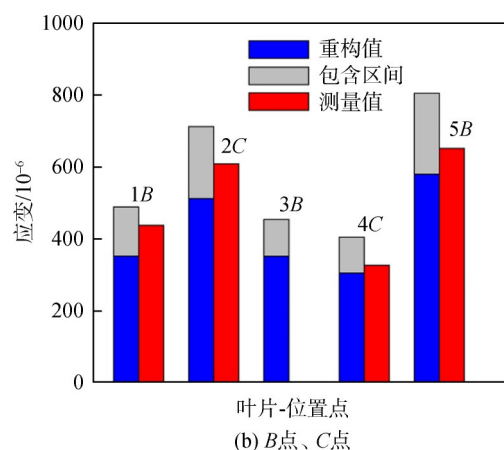
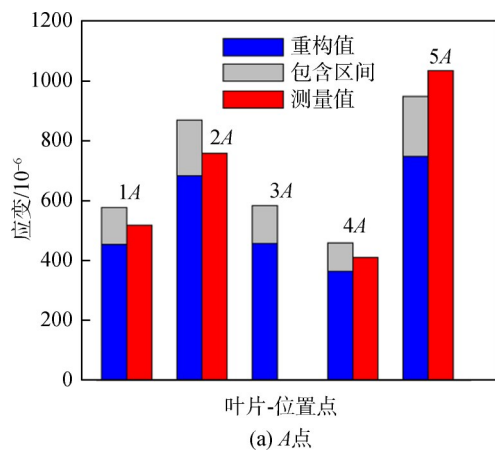


图 16 M1EO3 下动应变不确定性量化结果

Fig.16 Uncertainty quantification result of dynamic strain under M1EO3

应变比较结果,其他符号同含义。可见考虑叶端定时测振以及转换因子不确定性后,除 5 号叶片的 A 点外,叶片真实动应变皆处于重构动应变的包含区间内,验证了本文所提重构动应变不确定性量化方法的有效性。A 点处于应力梯度很大的区域,测点位置变化引起的重构动应变不确定性更大,这可能是造成 5 号叶片测量动应变不处于包含区间内的原因。

5 结 论

本文开展了基于叶端定时的动应变重构不确定性量化方法研究,结合动应变重构理论以及方差合成定理建立了动应变不确定性量化分析模型,指出叶端定时测振以及位移-应变转换因子是影响动应变重构精度的关键因素。模拟转子叶片的旋转试验结果表明:①叶端定时传感器的布局对叶端测点 CFF 拟合振幅具有较大影响,需要通过不同的角度布局组合来确定叶端测振的不确定性参数;②最大熵方法可以在试验样本较小的情况下获得尽可能吻合样本数据的概率密度函数,减少人为假设引起的误差;③基于 Kriging 代理模型可以完成叶片有限元模型的修正,使有限元模型仿真固有频率结果尽可能匹配试验共振频率结果,作为精确位移-应变转换因子的基础;④综合考虑动应变重构的不确定因素后,应变片所测叶片动应变皆处于重构动应变的包含区间内,验证了所提动应变重构不确定性量化方法的合理性和适用性。

本文所提出的动应变重构不确定性量化方法

可以综合考虑非接触式动应变测量过程中的不确定性因素,可作为叶端定时测量系统在未来工程上广泛应用的基础。

参考文献:

- [1] 王寿菊.国内外航空发动机企业信息化发展概述[J].内燃机与配件,2020,41(13):192-193.
WANG Shouju.Overview of the development of informatization of domestic and foreign aero-engine enterprises[J].Internal Combustion Engine and Parts, 2020, 41(13): 192-193. (in Chinese)
- [2] 徐海龙.旋转叶片裂纹的叶端定时非接触在线检测关键技术研究[D].长沙:国防科技大学,2018.
XU Hailong.Research on key technology of crack detection in rotating blades by non-contact online blade tip-timing method[D].Changsha: National University of Defense Technology, 2018.(in Chinese)
- [3] KNAPPETT D, GARCIA J. Blade tip timing and strain gauge correlation on compressor blades[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers: Part G Journal of Aerospace Engineering, 2008, 222(4): 497-506.
- [4] ZHANG Xiaojie, WANG Yanrong, JIANG Xianghua, et al. Blade vibration stress determination method based on blade tip timing simulator and finite element method[J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 2020, 142(3): 1-16.
- [5] 段发阶,李刚,叶德超,等.基于叶尖定时的叶片动应力反演方法[J].纳米技术与精密工程,2016,14(3):161-166.
DUAN Fajie, LI Gang, YE Dechao, et al. Method for inverting dynamic stress of blade based on tip-timing[J]. Nano-technology and Precision Engineering, 2016, 14(3): 161-166. (in Chinese)
- [6] 王维民,任三群,陈立芳,等.涡轮机叶片同步振动参数辨识方法研究(实验研究)[J].振动与冲击,2017,36(17):127-133.
WANG Weiming, REN Sanqun, CHEN Lifang, et al. Tests for synchronous vibration parametric identification method of a turbine's blades[J]. Journal of Vibration and Shock, 2017, 36(17): 127-133. (in Chinese)
- [7] 刘美茹,滕光蓉,肖潇,等.基于叶尖定时的航空发动机涡轮叶片振动测量[J].航空动力学报,2020,35(9):1954-1963.
LIU Meiru, TENG Guangrong, XIAO Xiao, et al. Vibration measurement of turbine rotor blades of aero-engine based on blade tip-timing[J]. Journal of Aerospace Power, 2020, 35(9): 1954-1963. (in Chinese)
- [8] 刘美茹,朱靖,梁恩波,等.基于叶尖定时的航空发动机压气机叶片振动测量[J].航空动力学报,2019,34(9):1895-1904.
LIU Meiru, ZHU Jing, LIANG Enbo, et al. Vibration measurement on compressor rotor blades of aero-engine based on tip-timing[J]. Journal of Aerospace Power, 2019, 34(9): 1895-1904. (in Chinese)
- [9] 徐海龙,杨拥民,胡海峰,等.基于压缩感知的叶端定时欠采样多频叶片振动盲重构研究[J].机械工程学报,2019,55(13):113-121.
XU Hailong, YANG Yongmin, HU Haifeng, et al. Compressed sensing-based blind reconstruction of multi-frequency blade vibration from under-sampled BTT signals[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2019, 55(13): 113-121. (in Chinese)
- [10] 敖春燕,乔百杰,刘美茹,等.基于非接触式测量的旋转叶片动应变重构方法[J].航空动力学报,2020,35(3):569-580.
AO Chunyan, QIAO Baijie, LIU Meiru. Dynamic strain reconstruction method of rotating blades based on no-contact measurement[J]. Journal of Aerospace Power, 2020, 35(3): 569-580. (in Chinese)
- [11] SATISH TN, MURTHY R, SINGH AK. Analysis of uncertainties in measurement of rotor blade tip clearance in gas turbine engine under dynamic condition[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers: Part G Journal of Aerospace Engineering, 2014, 228(5): 652-670.
- [12] PICKERING T M. Methods for validation of a turbomachinery rotor blade tip timing system[D]. Blacksburg, Virginia, the United States of America: Virginia Tech, 2014.
- [13] KAMARAJ A. Stress prediction in turbine blades under force excitation[D]. San Diego, California, the United States of America: San Diego State University, 2016.
- [14] 潘明昊.基于叶端定时测量的叶片多频振动稀疏重构方法[D].长沙:国防科技大学,2017.
PAN Minghao. Sparse reconstruction of multi-frequency blade vibration spectrum by blade tip timing measurement [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2017. (in Chinese)
- [15] 许敬晖,乔百杰,滕光蓉,等.基于压缩感知的叶端定时信号参数辨识方法[J].航空学报,2021,42(5):524229-524239
XU Jinghui, QIAO Baijie, TENG Guangrong, et al. Parameter identification of blade tip timing signal using compressed sensing[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2021, 42(5): 524229-524239. (in Chinese)
- [16] 吉利.基于响应面法的航天器有限元模型修正方法研究[D].哈尔滨:哈尔滨工业大学,2020.
JI Li. Study of finite element model updating method for spacecraft based on response surface method[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2020. (in Chinese)
- [17] 唐新姿,王喆,王效禹.多源不确定耦合下离心压气机叶轮气动稳健性[J].航空动力学报,2020,35(1):196-204.
TANG Xinzi, WANG Zhe, WANG Xiaoyu. Aerodynamic robustness of centrifugal compressor impeller under multi-source uncertainty coupling[J]. Journal of Aerospace Power, 2020, 35(1): 196-204. (in Chinese)
- [18] DENG Zhongmin, GUO Zhaopu, ZHANG Xinjie. Interval

- model updating using perturbation method and radial basis function neural networks[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2017, 84:699-716.
- [19] HAMED H K, JOHN E M, KENNETH J B. Interval model updating with irreducible uncertainty using the Kriging predictor[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2011, 25(4):1204-1226.
- [20] MOHAMED M, PHILIP B, PETER R. A novel method for the determination of the change in blade tip timing probe sensing position due to steady movements[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 126:686-710.
- [21] 史进渊, 杨宇, 孙庆, 等. 机械零件振动的可靠性设计[J]. 振动工程学报, 1999, 4(4):117-122.
- SHI Jinyuan, YANG Yu, SUN Qing, et al. Reliability Design of Vibrating Machinery Part[J]. Journal of Vibration Engineering, 1999, 4(4):117-122. (in Chinese)

(编辑:王碧琚)